

2017 年北京市信息学冬令营 结业测试

竞赛时间：1 月 19 日 8:00 – 12:30

题目名称	太空飞船	星际穿越	神秘物质
可执行文件名	spaceship	interstellar	atom
输入文件名	spaceship.in	interstellar.in	atom.in
输出文件名	spaceship.out	interstellar.out	atom.out
每个测试点时限	1 秒	2 秒	2 秒
内存限制	256 MB	256 MB	256 MB
题目分值	100	100	100
题目类型	传统	传统	传统

提交源程序须加后缀

对于 Pascal 语言	spaceship.pas	interstellar.pas	atom.pas
对于 C 语言	spaceship.c	interstellar.c	atom.c
对于 C ++ 语言	spaceship.cpp	interstellar.cpp	atom.cpp

说明：1. 代码长度限制为 50 KB，编译时不打开任何优化开关；
2. 请每位选手将源程序保存在以姓名的汉语拼音为名的文件夹中，不要建立子目录，不要提交多余文件。

太空飞船

【题目描述】

21XX 年，秋。

小诚是 THU (Tomorrow Happy University) 航天学院船舶设计系本科四年级的学生。为了顺利毕业，小诚仔细阅读了这几年被引用次数最多的十几篇会议论文，打算在权威理论的指导下设计一艘新型太空飞船。

这将是一艘环形的太空飞船，由 N 个舱室顺序组成。第 i 个舱室的设计长度为 L_i 。为了给飞船提供能量，要在飞船上装置 K 个太空能量吸收器。

根据权威理论，这些吸收器应该尽量均匀地分散在飞船表面。也就是说，小诚要把飞船所有 N 个舱室划分成 K 个部分（每个部分包括连续一段舱室），并给每个部分配置一个能量吸收器。设第 i 个部分舱室的长度之和为 s_i ，则要令方差

$$\sum_{i=1..K} (s_i - s_{avg})^2$$

尽量小。其中 s_{avg} 是 K 个部分的平均长度。

可是，这个问题对于已经大学四年级的小诚来说太难了。你能否帮助他完成设计呢？为方便起见，输出方差最小值与 K 的平方的乘积。

【输入格式】

输入文件名为 `spaceship.in`。

第一行，两个整数 N, K 。

第二行， N 个整数 L_1, L_2, \dots, L_N ，由空格隔开。依次表示每个舱室的长度。

【输出格式】

输出文件名为 `spaceship.out`。

输出一行，为一个整数，表示方差最小值与 K^2 的乘积。

【样例输入 1】

```
5 2
4 2 6 1 3
```

【样例输出 1】

```
0
```

【样例输入 2】

```
5 3
4 2 6 1 3
```

【样例输出 2】

```
24
```

【样例解释】

第一组样例。要将飞船分为 2 段，最优划分方法为 [2 6] [1 3 4]。

第二组样例。要将飞船分为 3 段，最优划分方法为 [4 2] [6] [1 3]。

【数据规模与约定】

本题一共有 10 个测试点。

下表是每个测试点的数据规模：

#1	N = 1,000	K = 2	#6	N = 50	K = 6
#2	N = 100,000		#7	N = 100	K = 7
#3	N = 100	K = 3	#8	N = 200	K = 10
#4	N = 100,000		#9	N = 300	K = 15
#5	N = 300,000		#10	N = 400	K = 20

对于 100% 的数据， $1 \leq L_i \leq 1,000$ 。

星际穿越

【题目描述】

21YY 年，夏。

时过境迁，小诚已是星际联邦（Federation of Planets）太空防御理事会的技术顾问。

去年联邦举行大选，新总统刚刚宣誓就任。新政府的主要政策之一是对行政区域进行重新规划，将各个星球之间原有的行政关系精简。联邦有 N 个星球，新的行政体系结构形如一个二叉树。联邦的行政中心为首都，其他所有星球分成至多两个区域，每个区域内部又是同样的结构。

在此番行政改革之前，每个星球驻扎着一支太空舰队。其中，第 i 个星球驻扎舰队的战斗力是 F_i 。在行政改革的同时，太空防御理事会负责调整各个舰队的驻地，以符合军事条例中要求每个行政区域中心驻扎的舰队是区域内战斗力最强舰队的规定。

此外，根据军事条例，舰队调整驻地的方式只有一种，就是两个星球的舰队交换驻防。现在，所有星球之间共有 M 条双向的星际航道。只有存在星际航道的两个星球才能进行舰队换防。为了节省开支，理事会希望总的换防次数尽量少。

早在年初，理事会就委托了小诚制定换防计划，但是小诚至今还未完成任务。你能否帮助小诚，使他免于被解职的命运呢？

【输入格式】

输入文件名为 `interstellar.in`。

第一行，两个整数 N, M 。

第二行， N 个整数 R_1, R_2, \dots, R_N ，由空格隔开。 R_i 表示星球 i 的直属上级星球编号。对于联邦首都， R_i 用 0 表示。

第三行， N 个互不相同的整数 F_1, F_2, \dots, F_N ，由空格隔开。其中 F_i 表示当前驻扎在星球 i 的舰队的战斗力。

接下来 M 行，每行两个整数 X_i, Y_i ，表示在星球 X_i 和星球 Y_i 之间存在一条星际航道。

【输出格式】

输出文件名为 `interstellar.out`。

仅一行，一个整数，表示总换防次数的最小值。

【样例输入 1】

```
4 4
0 1 2 3
1 2 3 4
1 2
1 4
2 3
1 3
```

【样例输出 1】

```
2
```

【样例输入 2】

5 4
 3 3 5 5 0
 4 8 10 9 3
 1 2
 2 4
 1 3
 4 5

【样例输出 2】

6

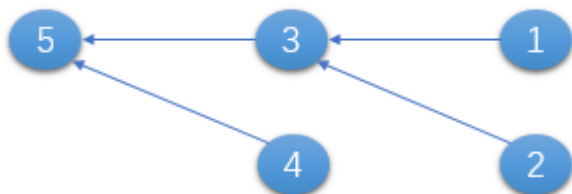
【样例解释】

第一组样例，行政隶属关系如下图。



最优方案为进行 (2, 3), (1, 4) 两次换防。

第二组样例，行政隶属关系如下图。



最优方案为依次进行 (1, 2), (1, 3), (1, 2), (2, 4), (4, 5), (2, 4) 共六次换防。

【数据规模与约定】

本题一共有 10 个测试点。

下表是每个测试点的数据规模和约定：

#1	N = 5	M = 5	无其他限制
#2	N = 7	M = 6	
#3	N = 8	M = 10	行政关系是一条链
#4	N = 9	M = 30	
#5	N = 10	M = 19	
#6	N = 13	M = 13	
#7	N = 16	M = 120	
#8	N = 10	M = 12	答案不超过 10
#9	N = 11	M = 17	
#10	N = 12	M = 20	

对于 100% 的数据， $1 \leq F_i \leq 100$ 。输入数据保证星球之间的行政关系形成一个二叉树，任何两个星球之间至多有一条星际航道，且星际航道不会出现自环。数据保证有解。

神秘物质

【题目描述】

21ZZ 年，冬。

小诚退休以后，不知为何重新燃起了对物理学的兴趣。他从研究所借了些实验仪器，整天研究各种微观粒子。

这一天，小诚刚从研究所得得到了一块奇异的陨石样本，便迫不及待地开始观测。在精密仪器的视野下，构成陨石的每个原子都无比清晰。小诚发现，这些原子排成若干列，每一列的结构具有高度相似性。于是，他决定对单独一列原子进行测量和测试。

被选中的这列共有 N 个顺序排列的原子。最初，第 i 个原子具有能量 E_i 。随着时间推移和人为测试，这列原子在观测上会产生两种变化：

merge x e 当前第 x 个原子和第 $x+1$ 个原子合并，得到能量为 e 的新原子；

insert x e 在当前第 x 个原子和第 $x+1$ 个原子之间插入一个能量为 e 的新原子。

对于一列原子，小诚关心的是相邻一段中能量最大和能量最小的两个原子的能量差值，称为区间极差。因此，除了观测变化外，小诚还要经常统计这列原子的两类数据：

max x y 当前第 x 到第 y 个原子之间的任意子区间中区间极差的最大值；

min x y 当前第 x 到第 y 个原子之间的任意子区间中区间极差的最小值。

其中，子区间指的是长度至少是 2 的子区间。

小诚坚信这项研究可以获得诺贝尔物理学奖。为了让小诚早日了结心愿，你能否帮助他实现上述的观测和测量呢？

【输入格式】

输入文件名为 `atom.in`。

第一行，两个整数 N , M ，分别表示最初的原子数目和事件总数。

第二行， N 个整数 E_1, E_2, \dots, E_N ，由空格隔开。依次表示每个原子的能量。

接下来 M 行，每行为一个字符串和两个整数，描述一次事件，格式见题目描述。

【输出格式】

输出文件名为 `atom.out`。

输出若干行，按顺序依次表示每次 `max` 和 `min` 类事件的测量结果。

【样例输入 1】

```
4 3
5 8 10 2
max 1 3
min 1 3
max 2 4
```

【样例输出 1】

```
5
2
8
```

【样例输入 2】

```

6 7
1 2 3 4 5 6
insert 1 3
max 2 4
merge 1 2
max 2 4
min 2 4
insert 6 1
max 5 7

```

【样例输出 2】

```

1
2
1
5

```

【样例解释】

第一组样例。区间 $[1, 3]$ 中，子区间 $[1, 3]$ 的极差为 5，是最大的；区间 $[8, 10]$ 的极差为 2，是最小的。区间 $[2, 4]$ 中，子区间 $[3, 4]$ 的极差为 8，是最大的。

第二组样例。第一次 insert 事件后，序列变成 $[1, 3, 2, 3, 4, 5, 6]$ ；merge 事件后，序列变成 $[2, 2, 3, 4, 5, 6]$ ；第二次 insert 事件后，序列变成 $[2, 2, 3, 4, 5, 6, 1]$ 。

【数据规模与约定】

本题一共有 10 个测试点。

下表是每个测试点的数据规模和约定：

#1	$N = 100$	$M = 100$	无其他限制
#2	$N = 1,000$	$M = 1,000$	
#3	$N = 20,000$	$M = 60,000$	不会出 merge 类和 insert 类事件
#4	$N = 50,000$	$M = 40,000$	
#5	$N = 50,000$	$M = 80,000$	
#6	$N = 100,000$	$M = 100,000$	不会出现 merge 类事件
#7	$N = 40,000$	$M = 50,000$	
#8	$N = 50,000$	$M = 50,000$	无其他限制
#9	$N = 80,000$	$M = 60,000$	
#10	$N = 100,000$	$M = 100,000$	

对于 100% 的数据， $1 \leq N, M \leq 10^5$ ， $1 \leq e, E_i \leq 10^9$ 。设 N' 为当前时刻原子数目。

对于 merge 类事件， $1 \leq x \leq N'-1$ ；

对于 insert 类事件， $1 \leq x \leq N'$ ；

对于 max 和 min 类事件， $1 \leq x < y \leq N'$ 。

任何时刻，保证 $N' \geq 2$ 。